

Viscosidad

# Ley de Stokes

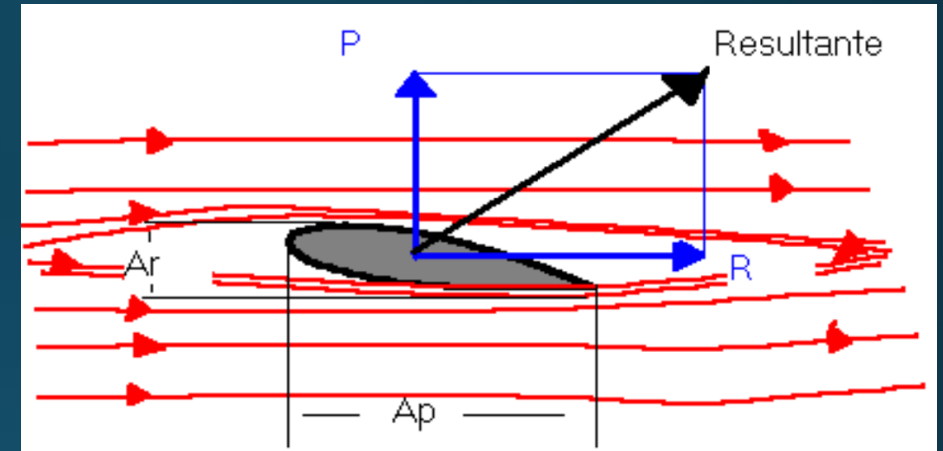
- Universidad Autónoma de San Luis Potosí
  - Facultad de ingeniería
    - Área Civil
- Materia Hidráulica 1
- Profr. Ing. Raúl Sergio Martínez Estrada

# Movimiento de sólidos en Fluidos

- Movimientos de objetos en fluidos reales.
- Resistencia hidrodinámica.
- Fuerzas de resistencia hidrodinámica y sustentación.
- Resistencia en una esfera para régimen laminar: Ley de Stokes.
- Aplicaciones: sedimentación

# Movimientos de objetos en fluidos reales

- Al desplazarse un sólido en el interior de un fluido aparece una fuerza resultante llamada de resistencia hidrodinámica, que tiene dos componentes una anti-paralela al movimiento, debida a las fuerzas viscosas (resistencia) y otra perpendicular al flujo denominada fuerza de sustentación.
- Las dos componentes son función de la velocidad relativa del sólido/fluido, de la superficie proyectada en la dirección al movimiento ( $A_p$ ), la superficie perpendicular al movimiento ( $A_r$ ) y de las características físicas del fluido.



# fuerza de resistencia hidrodinámica

- La fuerza de resistencia hidrodinámica presenta una componente de resistencia al rozamiento, muy intensa en el caso de los líquidos y que genera acciones tangenciales sobre el cuerpo en movimiento. Por otro lado, aparecen las fuerzas de presión que presentan diferentes zonas del líquido para dejar paso al sólido en su seno.

Comportamiento de la fuerza de resistencia hidrodinámica en función de la velocidad relativa del movimiento del sólido en el interior del líquido.

Para velocidades pequeñas:

$$R \propto v$$

Para velocidades grandes:

$$R \propto v^2$$

# Fuerzas de resistencia hidrodinámica y sustentación.

- Componente de resistencia.- Fuerza paralela al flujo del fluido, debida a las fuerzas disipativas y tangenciales de fricción viscosa. Es función de:
- Tipo de flujo, laminar o turbulento,
- Las características físicas del fluido,
- Velocidad del sólido respecto del fluido
- Área de sección transversal (perpendicular a la dirección de movimiento)  $A_R$ .

$$R = C_R \rho \frac{v^2}{2} A_R$$

$C_R$  es el coeficiente de resistencia hidrodinámica

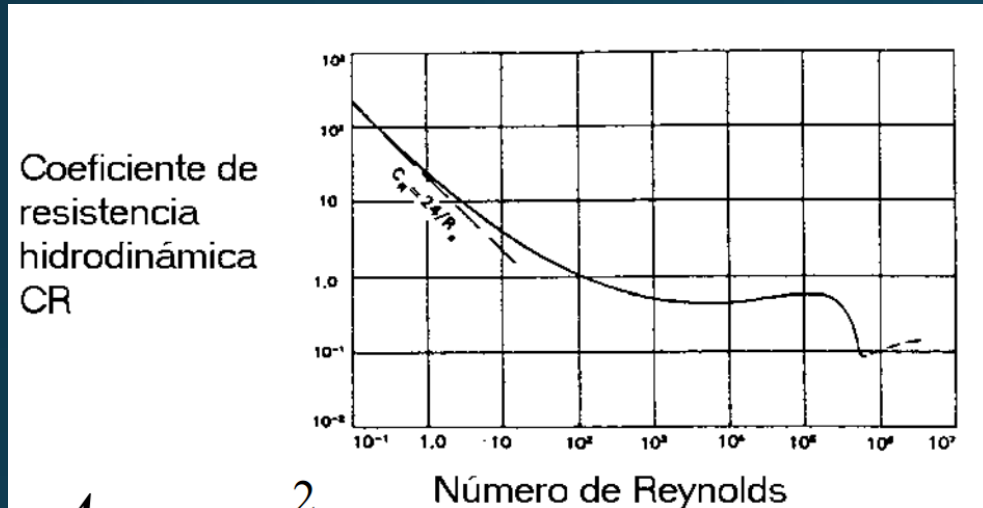
# Fuerza de sustentación

componente perpendicular al flujo.

- Es función de
- Tipo de flujo, laminar o turbulento,
- Las características físicas del fluido,
- Velocidad del sólido respecto del fluido
- Área de sección transversal paralela a la dirección de movimiento,  
 $A_p$

$$P = C_P \rho \frac{v^2}{2} A_p$$

# Resistencia en una esfera para régimen laminar.



- En régimen laminar ( $Re < 1$ ) el coeficiente de resistencia hidrodinámica
- $C_R = 24/Re$
- Donde
- $Re$ .- (número de Reynolds) =  $VD\rho/\eta$

- Sustituyendo en la ecuación de R

$$R = C_R \rho \frac{v^2}{2} A_R$$

$$R = \frac{24}{v 2r \rho / \eta} \rho \frac{v^2}{2} \pi r^2$$

$$R = 6\eta v \pi r$$



# Ley de Stokes: velocidad límite.

- Sobre una esfera que cae en el interior de un líquido actúan tres fuerzas:

- Peso

$$w = mg = \rho_{\text{esfera}} \text{vol } g$$

- Empuje estático

$$E = \text{Vol } \rho_{\text{liquido}} g$$

- Resistencia hidrodinámica

$$R = 6\eta v \pi r$$

(Régimen laminar)

Donde  $\text{Vol}_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi r^3$

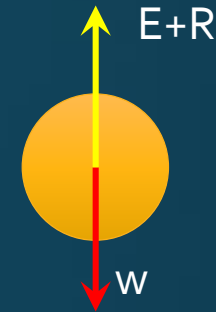
Cuando la esfera alcanza su velocidad límite

La 2a ley de Newton establece que:

- $\sum F_y = E + R - w = 0$

- $\sum F_y = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{liq}} g + 6\eta v \pi r - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{esf}} g = 0$

Resolviendo la ecuación para la viscosidad se obtiene:



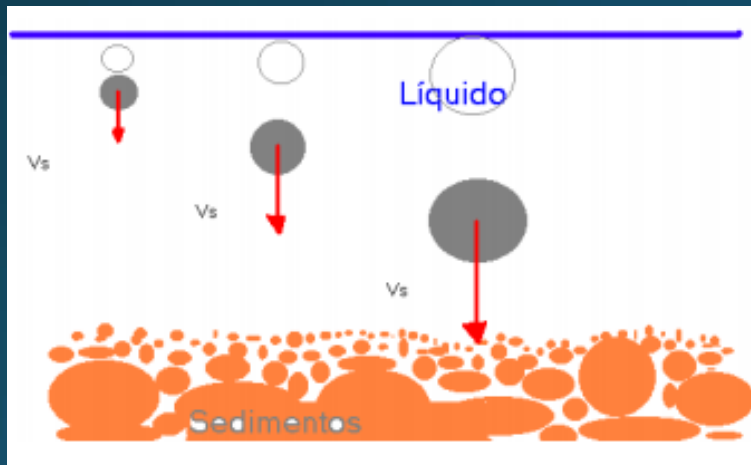
$$\eta = \frac{2r^2 (\rho_{\text{esf}} - \rho_{\text{liq}}) g}{9v_{\text{lim}}}$$

En términos de diámetro (D) y el peso específico  $\gamma$

$$\eta = \frac{D^2 (\gamma_{\text{esf}} - \gamma_{\text{liq}})}{18v_{\text{lim}}}$$

# Aplicaciones: sedimentación

- La velocidad límite se alcanza en los primeros milímetros de recorrido, por lo tanto la velocidad de caída será constante e igual a la velocidad límite. Considerando por aproximación que los sedimentos son esféricos y que en el episodio de transporte inician su caída simultáneamente:



$$v_{sedim} = \frac{D^2(\gamma_{esf} - \gamma_{liq})}{18\eta}$$

# Aplicaciones: sedimentación

- Para el mismo tipo de sedimentos  $\gamma_{esf} = cte$ , aquellos de mayor diámetro tendrán una velocidad de sedimentación también más grande.
- En general los sedimentos más densos tendrán mayor velocidad de sedimentación. La estratificación se realizará siguiendo los siguientes niveles:

La estratificación se realizará siguiendo los siguientes niveles:

NIVEL 0 .- Sedimentos poco densos y pequeños.

.  
. .  
. .

NIVEL n.- Sedimentos densos y grandes.

